

# 共振器中の量子ドットによるもつれあい光子対の生成

安食博志<sup>1,3</sup>, 石原一<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> 大阪大学大学院基礎工学研究科, 〒560-8531 豊中市待兼山町1-3

<sup>2</sup> 大阪府立大学大学院工学研究科, 〒599-8531 堺市学園町1-1

<sup>3</sup>CREST-JST

## Entangled-Photon Generation from a Quantum Dot in a Cavity

Hiroshi Ajiki<sup>1,3</sup> and Hajime Ishihara<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Department of Materials Engineering Science, Osaka University  
Toyonaka, Osaka 560-8531, Japan

<sup>2</sup>Department of Physics and Electronics, Osaka Prefecture University  
Sakai, Osaka 599-8531, Japan

<sup>3</sup>CREST, Japan Science and Technology Corporation

### Abstract

We theoretically study cavity effects on a generation of entangled-photon pairs from a quantum dot in the resonant hyper parametric scattering. Cavity QED effects play important roles on the condition of high-efficient generation suppressing the generation of co-polarized photon pairs. In this system, a biexciton is not essential to produce the entangled-photon pairs.

### 1. はじめに

これまでもつれあい光子対は、主に、パラメトリック下方変換により生成されていた [1, 2]. しかし、最近では他の方法でも、もつれあい光子対が生成できるようになった. 例えば、東北大学の枝松のグループはバルク CuCl 結晶の共鳴ハイパーパラメトリック散乱過程 (RHPS) を用いて、もつれあい光子対の生成に成功した [3, 4]. また最近では、励起子分子が崩壊して光子を放出する過程を利用して、InAs/GaAs 量子ドットからのもつれあい光子対の生成も報告されている [5–7]. もつれあい光子対は量子情報処理における重要な要素であり、その生成効率を向上させることは量子情報処理技術を実用化するための大きな目標の一つであると考えられる. 生成効率の向上には光と物質の非線形相互作用を強めることが必要であり、その手段の一つとして共振器の利用が挙げられる.

本研究では、両側共振器に量子ドットを埋め込んだ系について、RHPS によるもつれあい光子対生成効率を共振器 QED を用いて調べる. もつれあい光子対の生成効率は共振器を利用することにより非常に大きくなる. また、励起子の振動子強度 (量子ドットのサイズにより制御できる) と入射光のエネルギーの間に存在する、生成効率の最適化条件を導いた. この条件は、共振器 QED に特徴的な共振器-励起子 (励起子分子) 結合状態から理解することができる.

### 2. モデル

量子ドットを埋め込んだ共振器に、右回り ( $R$  で表す) と左回り ( $L$  で表す) の円偏光をもつコヒーレント光  $\mathcal{E}_{Re} e^{i R t}$ ,  $\mathcal{E}_{Le} e^{i L t}$  を入射する場合を考えよう (図 1 を参照). このとき、RHPS により  $\omega$  と  $\bar{\omega}$  の振動数 (ただし、 $\omega + \bar{\omega} = \Omega_R + \Omega_L$ ) で放出される 2 光子は、量子もつれ状態

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (|R\omega\rangle |L\bar{\omega}\rangle + |L\omega\rangle |R\bar{\omega}\rangle) \quad (1)$$

にある.

このもつれあい光子対のスペクトルや生成効率を調べるために、次のようなモデルを考える. まず、コヒーレント光と共振器モードの現象論的な相互作用を  $\sqrt{\Gamma}$  とする ( $\Gamma$  と共振器に特徴的なパラメータとの関係は文献 [8] を参照).  $\Gamma$  は共振器の  $Q$  値と関連づけられ、共振器モードのエネルギーを  $\omega_0$  とすると、 $Q = \omega_0/\Gamma$  で与えられる. 量子ドットに閉じ込められた  $R$  偏光と  $L$  偏光の励起子状態を、それぞれ  $|R\rangle$  と  $|L\rangle$  で表す. この励起子状態は共振器モード (各励起子状態と相互作用する共振器モードの消滅演算子を  $a_R, a_L$  で表す) と  $g_X$  で相互作用する. また、 $R$  偏光と  $L$  偏光の励起子が束縛して形成される励起子分子を  $|B\rangle$  (エネルギーを  $\omega_B$ , 束縛エネルギーを  $\Delta_B$  とする) で表し、共振器モードの光子を介して励起子から励起子分子へ遷移するときの相互作用の大きさを  $g_B$  とする. 励起子状態のエネルギー  $\omega_0$  は共振器の共鳴エネルギーと一致しているとすると、この系のハミルトニア

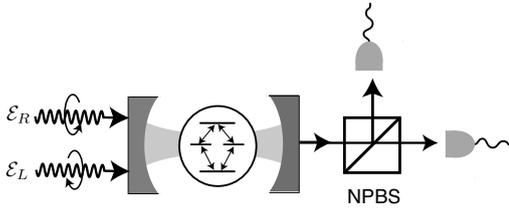


FIG. 1: 共振器中の量子ドットによるもつれあい光子対生成の概略図.

ンは

$$\begin{aligned}
 H = & \hbar\omega_0 \sum_{=R,L} |\xi\rangle\langle\xi| + \hbar\omega_B |B\rangle\langle B| + \sum \hbar\omega_0 a^\dagger a \\
 & + i\hbar \sum \sqrt{\Gamma} \mathcal{E} (a e^{i\epsilon t} + \text{H.c.}) \\
 & + [i\hbar g_X \sum a |g\rangle\langle\xi| + \text{H.c.}] \\
 & + [i\hbar g_B a_R |L\rangle\langle B| + a_L |R\rangle\langle B| + \text{H.c.}] \quad (2)
 \end{aligned}$$

で表される．ここで，H.c. は前の項のエルミート共役を意味している．

### 3. 量子ドット-共振器結合モード

共振器 QED にしたがえば，量子ドット-共振器結合モードは（共振器モードの光の光子数状態）（量子ドットの励起状態）の直積の重ね合わせで記述される．共振器に光子が 1 個入った場合，ラビ分裂した 2 つの励起状態が存在するが，これらの励起状態は（光子 0 個，励起子 1 個）と（光子 1 個，励起子 0 個）の状態の重ね合わせで表される（1 粒子励起状態とよぶ）．同様に， $R$  偏光と  $L$  偏光の光子が共振器に 1 個ずつ入ったとき（2 粒子励起状態とよぶ），共振器系の固有状態は（光子 0 個，励起子分子 1 個）（ $R$  偏光の光子 1 個， $L$  偏光の励起子 1 個）（ $L$  偏光の光子 1 個， $R$  偏光の励起子 1 個）（ $R$  偏光と  $L$  偏光の光子 1 個ずつ，物質系は基底状態）の 4 個の状態の重ね合わせで表される．このため，2 粒子励起状態は 4 個あり，RHPS の過程として，基底状態から 1 粒子励起状態への共鳴に 2 通り，励起された 1 粒子励起状態から 2 粒子励起状態への共鳴に 4 通りの可能性が存在する．もつれあい光子対の生成効率がどの準位の共鳴条件で高くなるのかを調べるために，以下の計算では  $L$  偏光の入射光の振動数を低エネルギー側の 1 粒子励起状態に固定して考える．

### 4. 光子対の生成と visibility

量子ドットの場合は，一般にあらゆる方向に光が散乱される．しかし，量子ドットが共振器に埋め込まれていると，入射方向と同じ方向に光

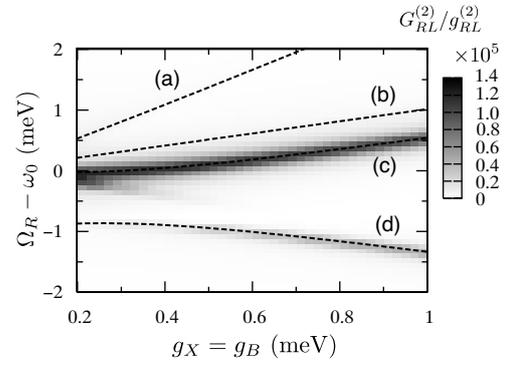


FIG. 2:  $G_{RL}^{(2)}$  の  $\Omega_R$  と  $g_X = g_B$  の依存性（共振器がある場合に） $g_X = 0.5\text{meV}$  に対応する振動子強度をもつ，裸の量子ドットの場合の値  $g_{RL}^{(2)}$  で規格化している．

子対が生成される確率が高くなる．量子ドットを使ったもつれあい光子対生成の実験では，この方向から出てくる光を偏光によらないビームスプリッターで 2 つの経路に分けて，2 光子の同時測定をする．励起子分子が崩壊して光子対を放出する過程では，原理的にすべての光子対はもつれあっている．しかし，コヒーレント光を入射した RHPS によるもつれあい光子対の生成を考えると，もつれあった光子対だけではなく，同種偏光の光子対も一般には含まれることに注意しよう．しかし，以下で示すように，もつれあい光子対だけが高効率に生成される条件が存在する．

生成される光子対のうち，もつれあい光子対が含まれる割合は以下のような光子対同時測定における visibility

$$\mathcal{V} = \frac{2G_{RL}^{(2)}}{2G_{RL}^{(2)} + G_{RR}^{(2)} + G_{LL}^{(2)}} \quad (3)$$

を計算して調べた．ここで  $G^{(2)}$  ( $\xi, \xi = R$  or  $L$ ) は 2 次の相関関数で， $G^{(2)} = \Gamma^2 \langle a^\dagger(t) a^\dagger(t) a(t) a(t) \rangle$  である．この定義では，通常の相関関数と異なり， $\Gamma^2$  の係数を相関関数にかけている．これは，input-output theory [9] により放出される光子対の強度の情報も相関関数に含めたためであり，Q 値による強度依存性の一部を示している．visibility はこの係数に依存しないが，光子対の生成効率を計算する上で重要である．本研究では，励起子の緩和  $\gamma_X$  と励起子分子の緩和  $\gamma_B$ ，共振器からの光の漏れによる緩和  $\Gamma$  をマスター方程式に取り入れ，得られた密度行列を用いて 2 次の相関関数を計算した．また，生成効率は入射光に対する最低次の係数として計算するので，各共振器モードの光子数は 0 と 1 に限定する．式 (3) から分かるように，もつれあい光子対だけが生成される場合に  $\mathcal{V} = 1$ ，もつれあい光子対が半分

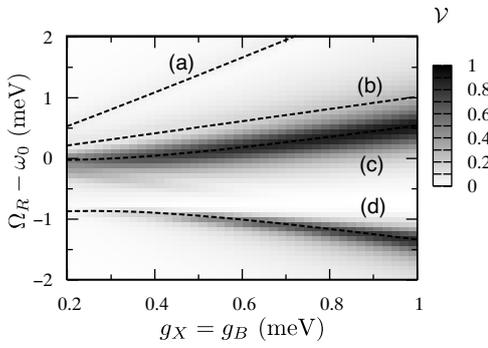


FIG. 3: visibility の  $\Omega_R$  と  $g_X = g_B$  の依存性 .

の場合に  $\nu = 0.5$  となる．理想的には，もつれあい光子対だけ ( $\nu = 1$ ) が高効率に生成されることが望ましい．そこで，まずもつれあい光子対の生成効率を調べるために  $G_{RL}^{(2)}$  の計算結果を示し，次にもつれあい光子対の割合を表す visibility の結果を示す．

図 2 は， $G_{RL}^{(2)}$  を  $g_X = g_B$  (量子ドットでは， $g_X = g_B$  である場合が多い) と  $R$  偏光の入射光振動数  $\Omega_R$  の関数として計算した結果を示している． $G_{RL}^{(2)}$  の値は，共振器がないとき (ただし，励起子の振動子強度は共振器に入れた場合に  $g_X = g_B = 0.5\text{meV}$  となるものに固定) の値で規格化している．すなわち，この値が共振器によるもつれあい光子対の増強因子である．用いたパラメータは， $\omega_0 = 1.4\text{eV}$ ， $\Delta_B = 1\text{meV}$ ， $\gamma_X = \gamma_B = 10\text{ eV}$ ， $Q = 10^4$  である． $L$  偏光の入射光振動数は，1 粒子励起状態の低エネルギー側，すなわち  $\Omega_L = \omega_0 = g_X$  に固定し，常に共鳴条件に合わせている．共振器効果により，もつれあい光子対の生成効率が著しく増大していることが図からわかる．

(a) から (d) で示した実線は 2 粒子励起状態の共鳴条件を示しているが，4 個の条件のうち，(a) と (b) の条件ではもつれあい光子対が生成されないことに注意する．もつれあい光子対を生成するためには次の 2 つの条件が同時に満たされなければならない．1 つは，1 粒子励起状態から 2 粒子励起状態への遷移が許容であること．もう 1 つは，2 粒子励起状態に ( $R$  偏光の光子 1 個， $L$  偏光の光子 1 個) の状態，つまりもつれあい光子対の状態が含まれていることである．図 2 において，(a) の共鳴条件で励起される 2 粒子励起状態へは遷移が禁制なので，もつれあい光子対は生成されない．一方，(b) の共鳴条件で励起される 2 粒子励起状態には ( $R$  偏光の光子 1 個， $L$  偏光の光子 1 個) の状態が含まれないので，もつれあい光子対は生成されない．(c) と (d) の共鳴条件で励起される 2 粒子励起状態は 2 つの条件を同時に満たすので，もつれあい光子対が生成される．以上のことからわかるように，量子ドットを埋め込んだ共振器によるもつれあい光

子対生成において，励起子分子は重要ではない．極端な例として， $R$  偏光と  $L$  偏光の励起状態だけを考えた  $V$  型のエネルギー準位をもつ原子が共振器中にある場合でも，もつれあい光子対が生成される．このことは，後で述べる量子井戸の場合と全く異なる．量子井戸を共振器に埋め込んだ場合は，励起子分子がもつれあい光子対生成に本質的な役割を果たす．

図 3 は， $g_X = g_B$  と  $R$  偏光の入射光振動数  $\Omega_R$  の関数として計算した visibility を示している． $g_X = g_B$  が大きくなるにつれて，visibility が 1 に近づいていることがわかる．すなわち，すべての光子対がもつれあい光子対になり，同種偏光の光子対が放出されないことを意味している．このことは「フォトン・ブロックード」の考え方から理解できる [10]． $N$  個の同種偏光の光子が 2 準位系を含む共振器中にある場合，この共振器系のエネルギー準位 ( $N$  粒子励起状態) は  $2\sqrt{N}g_X$  のエネルギー間隔でそれぞれ 2 個の準位に分裂している．1 粒子励起状態の下側の準位に共鳴した振動数 ( $\omega_0 - g_X$ ) をもつ，ある偏光の光を共振器系に入射した場合，1 個目の光子は共鳴的に (透過率 1 で) 共振器中に入る．しかし，2 個目の光子は 2 粒子励起準位のエネルギー分裂が 1 粒子励起準位の分裂よりも大きいために  $(\sqrt{2} - 1)g_X$  だけ共鳴振動数からずれている．したがって，相互作用  $g_X$  が大きくなるにつれて，2 個目の光子が共振器中に入りにくくなり，同種偏光の光子対が放出されにくくなる．このフォトン・ブロックードのために  $g_X$  が大きくなるにつれて visibility が 1 に近づく． $Q$  値が大きくなると各準位のスペクトル幅が狭くなり，フォトン・ブロックードの効果が強くなる．つまり， $Q$  値が大きいほど visibility は 1 に近づく．

## 5 . 光子対のスペクトル

共振器系が強結合領域にある場合，1 粒子励起状態は真空ラビ分裂により 2 個の準位に分裂する．そのため，2 粒子励起準位から上側の 1 粒子励起準位を介して光子対が生成する場合と下側を介して光子対が生成される場合で，光子対の振動数の組み合わせが異なる．量子ドット-共振器系では主に入射光の方向に光子対が生成されるので，光子対を検出する際に入射光の振動数と光子対の振動数が異なることが望ましい．つまり，入射光の振動数の 1 つを下側の 1 粒子励起準位に合わせている場合は，上側の 1 粒子励起準位を介して光子対が生成する確率が高い方がよい．

図 4 は， $L$  偏光の入射光の振動数を下側の 1 粒子励起準位に一致させて， $R$  偏光の光子のスペクトルを計算した結果を表している．スペクトルは

$$S(\omega) = \frac{\Gamma}{2} \int dt e^{i\omega t} \langle a_R(0) a_R(t) \rangle \quad (4)$$

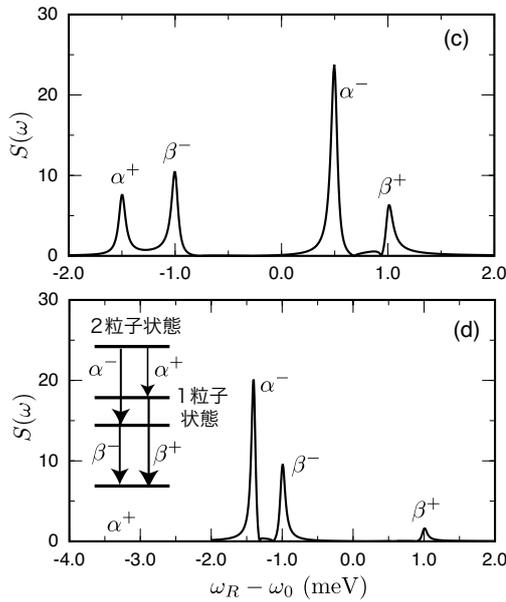


FIG. 4:  $R$  偏光の光子のスペクトル. (d) の挿入図は, 2 粒子状態からもつれあい光子対が生成される 2 つの過程 ( $\alpha^-$ ,  $\beta^-$ ) と ( $\alpha^+$ ,  $\beta^+$ ) を概略的に示している.

を, quantum regression theorem を用いることによって計算した [11]. ただし, 線形応答によるスペクトルは差し引いている. (c) と (d) は, 図 2 や図 3 で示された 2 粒子励起状態 (c) ( $g_X = g_B = 1\text{meV}$  で  $\Omega_R - \omega_0 = 0.5\text{meV}$ ) と (d) ( $g_X = g_B = 1\text{meV}$  で  $\Omega_R - \omega_0 = 1.4\text{meV}$ ) を共鳴励起したときのスペクトルをそれぞれ表している. (d) の挿入図は, もつれあい光子対が生成される 2 つの過程 ( $\alpha^-$ ,  $\beta^-$ ) と ( $\alpha^+$ ,  $\beta^+$ ) を概略的に示している. それぞれのスペクトルのピークには, 対応する遷移過程の記号を与えている.  $L$  偏光の入射光の振動数を下側の 1 粒子励起準位に一致させているので, 過程 ( $\alpha^-$ ,  $\beta^-$ ) からは入射光と同じ振動数の光子対が放出される. しかし, 過程 ( $\alpha^+$ ,  $\beta^+$ ) から放出される光子対は入射光と異なる振動数をもつため, モノクロメーターを使えば線形の過程で放出される光子と区別することができる. 図 4(c) は過程 ( $\alpha^+$ ,  $\beta^+$ ) によるピークが顕著に表れているが, (d) ではほとんどピークが見えない. すなわち,  $L$  偏光の入射光の振動数を下側の 1 粒子励起準位に一致させ,  $R$  偏光の入射光の振動数を (c) の 2 粒子励起準位共鳴条件に合わせると, 原理的に高効率に生成されたもつれあい光子対だけを抽出することができる.

## 6. まとめ

本研究では, ハイパーパラメトリック散乱過程によるもつれあい光子対の生成効率を, 量子ドットが共振器中に埋め込まれた系で理論的に

調べた. 量子井戸を共振器に埋め込んだ場合 [12] と同様に, 適切な条件を満たせば, 共振器を利用することでもつれあい光子対の生成効率が著しく増強される. ただし, その条件は共振器中の量子井戸の場合と全く異なる.

量子ドットの場合, 入射光ともつれあい光子対が放出される方向は同じであり, もつれあっていない光子対が検出される可能性もある. そこで, 生成効率を高くするだけでなく, visibility を 1 に近づける必要がある. そのためには, 光と励起子との相互作用と  $Q$  値を十分大きくすればよい. このような条件では, フォトン・ブロッケードにより同種偏光の光子対の放出が強く抑制される. また, 2 粒子励起状態を共鳴励起するように入射光の振動数を調節することで, 共振器効果により生成効率を増強させることができる. ここで, 励起子分子はもつれあい光子対の生成に本質的ではない. さらに, もつれあい光子対を構成する光子のスペクトルも計算した. 生成された光子対の振動数が入射光の振動数と同じであれば, もつれあい光子対を検出するのは難しくなるが, 入射光と異なる振動数を持つ光子対も生成されることを示した.

- [1] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4337 (1995).
- [2] P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, *Phys. Rev. A* **60**, R773 (1999).
- [3] K. Edamatsu, G. Oohata, R. Shimizu, and T. Itoh, *Nature* **431**, 167 (2004).
- [4] G. Oohata, R. Shimizu, and K. Edamatsu (2006), quant-ph/0607139.
- [5] R. Stevenson, R. Young, P. Atkinson, K. Cooper, D. Ritchie, and A. Shields, *Nature* **439**, 179 (2006).
- [6] R. J. Young, R. Stevenson, P. Atkinson, K. Cooper, D. Ritchie, and A. Shields, *New J. Phys.* **8**, 29 (2006).
- [7] N. Akopian, N. Lindner, E. Poem, Y. Berlatzky, J. Avron, D. Gershoni, B. Gerardot, and P. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 130501 (2006).
- [8] H. Ajiki, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **7**, 29 (2005).
- [9] C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum Noise* (Springer, Berlin, 2000).
- [10] K. M. Birnbaum, A. Boca, R. Miller, A. D. Boozer, T. E. Northup, and H. J. Kimble, *Nature* **436**, 87 (2005).
- [11] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [12] H. Ajiki and H. Ishihara, *Phys. Stat. Solidi (c)* **3**, 2440 (2006).