

複素スペクトル解析による1次元フォトリック結晶と結合する 微小共振器励起子ポラリトンの自発放射

嶋川 誠史, 田中 智
阪府大院理

Spontaneous Emission of Microcavity Exciton-Polariton coupled with a One-dimensional Photonic Crystal in terms of the Complex Spectrum Analysis

Seiji Shimakawa, Satoshi Tanaka
Dept. Phys. Osaka Pref. Univ.

We investigate the spatio-temporal propagation of the radiation from the microcavity in which an exciton and cavity photon are coupled to form the exciton-polariton. The photon is spontaneously emitted to a one-dimensional photonic band coupled with the microcavity. We have solved the complex eigenvalue problem of the total system Hamiltonian, including the continuous photonics band, to obtain the bi-orthonormal complete set outside the Hilbert space. In terms of the complex spectral expansion, the time evolution of the total system has been analyzed. We have found the characteristic spatio-temporal photon propagation reflecting the Rabi oscillation between the exciton-polaritons. The correspondence is attributed to the quantum mechanical nonlocal nature of the wave function, which is represented by the linear superposition of the exciton-polariton and the photonic band photon states. We found out that the quantum correlation is significantly changed with the relative energies of the excitonic polaritons to the photonic band, presenting a method to control the nonlocal quantum correlation.

1 はじめに

近年、光と物質の強結合系や超強結合系に関する研究が進展している [1]。そこでは、通常の摂動論では得られない光と物質の完全混成状態が実現し、エネルギー、量子コヒーレンスの転換が行われる。微小共振器は、このような光・物質の強結合系を実現するための有効なプラットフォームとなっている [2-5]。微小共振器中に閉じ込められた共振器光モードが、物質の励起準位に共鳴すると両者が混合したポラリトン状態が実現し、両者の間のラビ振動などが観測されている [6-9]。

一方、この共振器内で混合し生成した新たな量子相関を観測、あるいはまた、量子情報の基礎デバイスとして用いようとする、この共振器内での情報を外部環境へ取り出さなければならない。そのため、本研究では実験状況に対応し、DBR(Distributed Bragg Reflector) によって挟まれた共振器励起子ポラリトンを考え、この光子放射過程を DBR のフォトリック

バンドまで含めた全系のハミルトニアンを複素固有値問題を解くことにより解析した [10, 11]。その結果、Cavity の閉じ込めが高い通常の場合では、明瞭な Rabi 振動に対応した外部輻射場への光子放出が観測され、Cavity 内部での量子ダイナミクスが直接的に放射光子の時空伝搬過程に反映されることが分かった。しかし、外部環境との散逸的相互作用が強くなると、共振器内での量子ダイナミクスと外部放射光子との関係は単純ではなくなる。これは、バンド分散を反映して2つの異なる群速度を持った放射が存在するためである。本論では、この2つの結果について議論する。

2 モデル

本研究では、実験状況に対応し、1次元フォトリック結晶の中央に置かれた Cavity 内に Cavity photon と励起子が閉じ込められたモデルを考える。フォトリックバンドまで含めた全系のハミルトニアンは次

の形で与えられる。

$$\hat{H} = \hat{H}_C + \hat{H}_L + \hat{W} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_C &= \epsilon_c \hat{c}^\dagger \hat{c} + \epsilon_d \hat{d}^\dagger \hat{d} + \mu_1 (\hat{c}^\dagger \hat{d} + \hat{d}^\dagger \hat{c}) \\ &= \epsilon_a \psi_a^\dagger \psi_a + \epsilon_b \psi_b^\dagger \psi_b \end{aligned} \quad (2)$$

$$\hat{H}_L = \epsilon_L \sum_{l=\pm 1}^{\pm\infty} \hat{b}_l^\dagger \hat{b}_l - J \sum_{l=\pm 1}^{\pm\infty} (\hat{b}_{l\pm 1}^\dagger \hat{b}_l + \hat{b}_l^\dagger \hat{b}_{l\pm 1}) \quad (3)$$

$$\hat{W} = g \sum_{l=\pm 1} (\hat{c}^\dagger \hat{b}_l + \hat{b}_l^\dagger \hat{c}) \quad (4)$$

\hat{H}_C , \hat{H}_L , \hat{W} はそれぞれ Cavity ハミルトニアン、フォトニックバンド、Cavity とフォトニックバンドとの相互作用である。ここで、 \hat{c} , \hat{d} , \hat{b}_l はそれぞれ、Cavity photon、励起子、DBR フォトンモードの消滅演算子であり、 μ_1 , g はそれぞれ、励起子と Cavity photon の相互作用定数、Cavity photon と最隣接の DBR フォトンモードとの相互作用定数である。

Cavity ハミルトニアンについて、相互作用 μ_1 を介して上側ポラリトン $|\psi_a\rangle$ 、下側ポラリトン $|\psi_b\rangle$ の2つのポラリトン状態が形成される。次のように定義される基底関数

$$|\psi_a\rangle \equiv \psi_a^\dagger |vac\rangle, |\psi_b\rangle \equiv \psi_b^\dagger |vac\rangle, |l\rangle \equiv b_l^\dagger |vac\rangle, \quad (5)$$

とフォトニックバンドの波数状態

$$|k_j\rangle = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{l=1}^N \cos(k_j l) (|l\rangle + |-l\rangle), \quad (6)$$

を用いてハミルトニアンを書き下した。その結果、2つのポラリトン状態がエネルギー ϵ_k の連続エネルギーバンドと相互作用するハミルトニアンとなる。ここで、フォトニックバンドのバンド分散は、 $\epsilon_k = \epsilon_L - 2J \cos k$ の形である。以降、 $\epsilon_L = 0$, $2J = 1$ とするため、フォトニックバンドは -1 から 1 の連続エネルギーバンドとして扱う。

3 全系のハミルトニアンの複素固有値問題

全系のハミルトニアンの複素固有値問題は、右固有値問題と左固有値問題にそれぞれ分けて考える。

$$\hat{H}|\Phi_\xi\rangle = z_\xi|\Phi_\xi\rangle, \quad \langle\tilde{\Phi}_\xi|\hat{H} = z_\xi\langle\tilde{\Phi}_\xi|. \quad (7)$$

$|\Phi_\xi\rangle$, $\langle\tilde{\Phi}_\xi|$ はそれぞれ右固有状態、左固有状態である。それぞれの固有状態は、双規格直交性 $\delta_{\xi,\xi'} =$

$\langle\tilde{\Phi}_\xi|\Phi_{\xi'}\rangle$ と双完全性関係 $1 = \sum_\xi |\Phi_\xi\rangle\langle\tilde{\Phi}_\xi|$ を満たす。ハミルトニアン \hat{H} は、無限次元の基底系で表現される無限次元行列である。そのため、固有値問題を解くために Brilluoin-Wigner-Feshbach の射影演算子法を用いる。ここではまず、離散共鳴固有状態を求める。射影演算子として $\hat{P} \equiv |\psi_a\rangle\langle\psi_a| + |\psi_b\rangle\langle\psi_b|$ をとる。この補空間への射影は、 $\hat{Q} \equiv \sum_k |k\rangle\langle k|$ である。この射影演算子を固有値問題に作用し、ポラリトン状態表示した有効ハミルトニアン

$$\hat{H}_{\text{eff}}(z) = \begin{pmatrix} \epsilon_a + g_a^2 \Sigma^+(z) & g_a g_b \Sigma^+(z) \\ g_a g_b \Sigma^+(z) & \epsilon_b + g_b^2 \Sigma^+(z) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

を得る。ここで、自己エネルギー $\Sigma^+(z)$ は、

$$\Sigma^+(z) \equiv \frac{4}{N} \sum_k \frac{\cos^2 k}{z - \epsilon_k} = 4z \left(\frac{z}{\sqrt{z^2 - 1}} - 1 \right), \quad (9)$$

で与えられる。自己エネルギーは、共鳴特異性によって、2価の複素関数となっている。そのため、有効ハミルトニアンは非エルミートとなり、固有値は複素数となり得る。

有効ハミルトニアンの固有値は、分散方程式を解いて得られる。図1にパラメータ $g = 0.2$, $\mu_1 = 0.15$, $\epsilon_d = 0$ の場合に対する固有値の虚部を ϵ_c の関数として示す。挿入図は固有値の実部を示す。挿入図から分かるように、Cavity photon と励起子のエネルギーが接近する $\epsilon_c = 0$ 付近で上側、下側ポラリトンが互いにレベル反発する。また、ポラリトンは連続エネルギーバンドと共鳴しているため、固有値は虚部を持つ。下側ポラリトン(青線)について見てみると、 ϵ_c が小さい場合 ($\epsilon_c \leq -1.0$)、散逸する Cavity photon の成分がメインであるため、大きな虚部を持つ。そして、 ϵ_c が増加するにつれ、レベル反発のある領域を超えて散逸のない励起子成分がメインになり、虚部は小さくなる。上側ポラリトン(赤線)では、下側ポラリトンの場合と逆に ϵ_c が増加するにつれ、虚部は大きくなる。

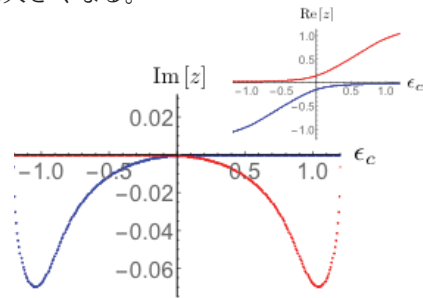


図1 Cavity photon のエネルギーを -1.2 から 1.2 まで動かした時の固有値の実部と虚部。パラメータは、 $g = 0.2$, $\mu_1 = 0.15$, $\epsilon_d = 0$ である。また、赤線は上側ポラリトン、青線は下側ポラリトンを表している。

有効ハミルトニアンに対する固有値問題を解いて得られた共鳴状態に、連続状態を加え合わせることで、外部輻射場まで含めた全系のハミルトニアンに対する固有状態を得た。

$$|\Phi_j\rangle = u_{ja}|\psi_a\rangle + u_{jb}|\psi_b\rangle + \{g_a u_{ja} + g_b u_{jb}\} \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_k \frac{\cos k}{(z - \epsilon_k)_{z_j}^+} |k\rangle. \quad (10)$$

ここで、共鳴状態はポラリトン状態とフォトニックバンド光子状態の線形重ね合わせ状態で表されている。このフォトニックバンド光子状態 (第三項) が共鳴状態の非局所性を表している。

連続状態 $|\Phi_k\rangle$ についても同様にして得られる。これら2つの状態に対する左固有状態は左固有値問題に対して射影演算子法を適用することで同様にして得られる。

4 結果

シュレディンガー方程式の解 $|\Psi(t)\rangle$ は、前節で得た固有関数により複素スペクトル展開として求められる。

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_j e^{-iz_j t} |\Phi_j\rangle \langle \tilde{\Phi}_j | \Psi(0)\rangle + \sum_k e^{-i\epsilon_k t} |\Phi_k\rangle \langle \tilde{\Phi}_k | \Psi(0)\rangle. \quad (11)$$

ここで、第一項が共鳴状態成分、第二項が連続状態成分に対応する。この波動関数 (始状態 $|\Psi(0)\rangle = |d\rangle$) を用いて、時刻 t における励起子の存在確率 ($P_d(t) \equiv \langle \Psi(t) | d^\dagger d | \Psi(t)\rangle$) と Cavity photon の存在確率 ($P_c(t) \equiv \langle \Psi(t) | c^\dagger c | \Psi(t)\rangle$) を計算した。また光子の時空伝搬過程について、時刻 t において Cavity からの距離 l での放射光子強度 ($X(t, l) \equiv \langle \Psi(t) | b_l^\dagger b_l | \Psi(t)\rangle$) を計算した。

Cavity 内の Rabi 振動と放射光子の空間伝搬の対応を見るために短時間領域 ($t = 200$) での、 $P_c(t)$ (挿入図) と $X(t, l)$ を図 2 に示した。パラメータは $g = 0.2$, $\mu_1 = 0.15$, $\epsilon_d = \epsilon_c = 0$ である。この時、ポラリトンのエネルギーは連続エネルギーバンド中心付近にある ($\epsilon_a = 0.15$, $\epsilon_b = -0.15$)。図 2 (a) の挿入図から分かるように、 $P_c(t)$ は時間に周期的な Rabi 振動をしている。光子は、散逸のある Cavity photon モードになると放射されるため、 $P_c(t)$ の立ち上がりに合わせて放射される。そのため、 $t = 200$ で固定した時の放射光子の空間分布 $X(t, l)$ は、 $P_c(t)$ の Rabi 振動に対応する (図 2 a)。

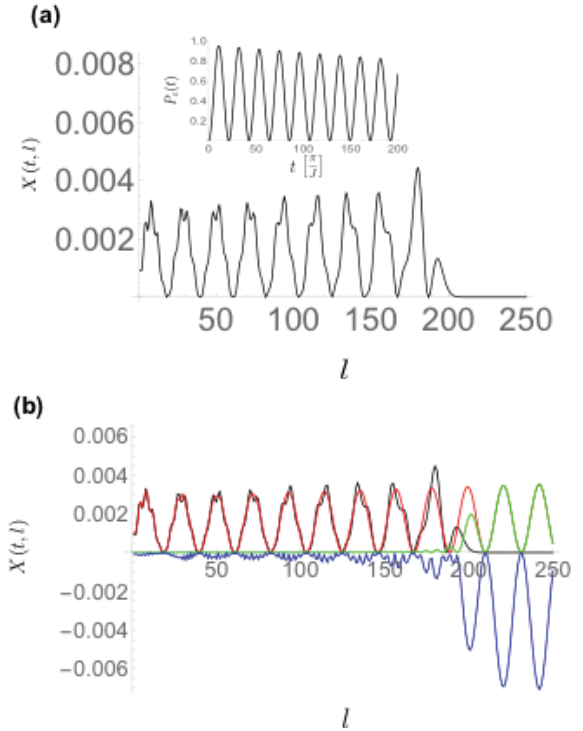


図 2 $t = 200$ における中心 Cavity からの距離 l での放射光子強度。パラメータは、 $g = 0.2$, $\mu_1 = 0.15$, $\epsilon_d = \epsilon_c = 0$ でバンド中心に Cavity photon と励起子が存在している場合を考えている。(a) の挿入図は Cavity photon の存在確率、(b) は放射光子強度を成分分解したものである。それぞれの線は、放射全体 (黒線)、共鳴状態成分 (赤線)、連続状態成分 (緑線)、干渉成分 (青線) を表している。

また、光子の空間分布を決める成分を見るために $X(t, l)$ を成分分解したものを図 2 (b) に示した。図 2 (b) から分かるように、共鳴状態成分 (赤線) は、共鳴状態 (式 (10)) の第 3 項の非局所性に起因して無限遠方まで伸びている。しかし、連続状態成分 (緑線) との干渉 (青線) により打ち消し合いが起こり、因果律が満たされる。

また、長時間領域 ($t = 2000$) での $P_d(t)$ (挿入図) と $X(t, l)$ を図 3 (a) に示した。ポラリトンのエネルギーがバンド中心付近であるため、図 1 に示されているように固有値は小さな虚部を持ち、 $P_d(t)$ は、緩やかに指数減衰している。この $P_d(t)$ の指数減衰に対応して、放射光子の空間分布 $X(t, l)$ は、 l の増加に伴って指数増大している。また、放射光子の空間分布 $X(t, l)$ の細かい振動の様子は、図 2 の Rabi 振動と同じものである。

一方、ポラリトンの連続エネルギーバンドに対する相対エネルギーが変わると、バンド分散の効果によって光子波束の空間伝搬の様相が劇的に変わる。図 3 (b) にパラメータ $g = 0.2$, $\mu_1 = 0.15$, $\epsilon_d = \epsilon_c = 0.7$ ($\epsilon_a = 0.85$, $\epsilon_b = 0.55$) での $P_d(t)$ (挿入図)

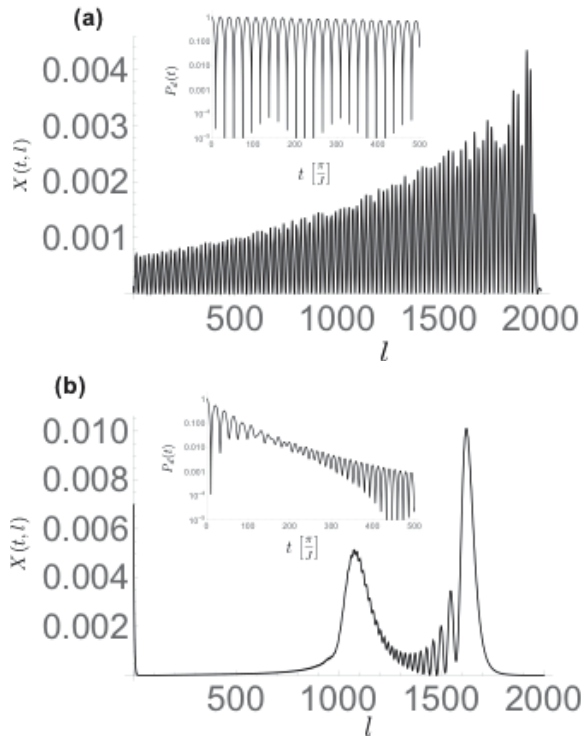


図 3 $t = 2000$ における中心 Cavity からの距離 l での放射光子強度。挿入図は励起子の存在確率を表しており、縦軸 $P_d(t)$ は片対数プロットしている。それぞれのパラメータについて、(a) は、 $g = 0.2$, $\mu_1 = 0.15$, $\epsilon_d = \epsilon_c = 0$ でバンド中心、(b) は、 $g = 0.2$, $\mu_1 = 0.15$, $\epsilon_d = \epsilon_c = 0.7$ でバンド端近傍に Cavity photon と励起子が存在している場合を表している。

と $X(t, l)$ を示す。ポラリトンのエネルギーがバンド端に近づいたため、図 1 に示されているように固有値は大きな虚部を持つ。そのため、放射光子の空間分布 $X(t, l)$ のピーク値が大きくなる (図 3 (b))。また、2 つのピークを持った放射光子の空間分布 $X(t, l)$ が現れる。 $l \simeq 1800$ 近傍にピークを持つものは $|\psi_b\rangle$ からの放射で、 $l \simeq 1000$ 近傍にピークを持つものは $|\psi_a\rangle$ からの放射に対応する。これは、それぞれの放射に対応したポラリトンのエネルギーが $\epsilon_a - \epsilon_b$ だけ異なり、バンド分散の効果によって、 $|\psi_b\rangle$ からの放射の群速度が $|\psi_a\rangle$ からの放射の群速度より大きくなるからである。

5 おわりに

本研究では、励起子と Cavity photon が結合して共振器励起子ポラリトンを形成する微小空洞共振器からの放射光子の時空伝搬過程を調べた。光子は、中心 Cavity と結合した一次元フォトニックバンドに自発放出される。フォトニックバンドを含む全系ハミルトニアンを複素固有値問題を解き、Hilbert 空間外の双直交完全性関係を満たす複素固有状態を得

た。また、複素スペクトル展開によって、全系の時間発展を解析した。その結果、Cavity photon と励起子がバンド中心にある光子の閉じ込め度が高い場合、ポラリトン状態間の Rabi 振動に対応する特徴的な放射光子の空間分布を見いだすことを示した。また、この対応は波動関数の量子力学的非局所性に起因する。そしてそれは、ポラリトン状態とフォトニックバンド光子状態の線形重ね合わせで表される。さらに、共振器内での量子ダイナミクスと放射光子との関係が単純でないバンド端近傍での特徴的な放射の機構を見いだした。これは、2 つのポラリトンに共鳴する連続エネルギーバンドのエネルギー差によるバンド分散の効果によって、群速度の異なる 2 つの光波束が存在することを示した。

参考文献

- [1] A. F. Kockum et al., Nat. Rev. Phys. **1**, 19 (2019)
- [2] S. Haroche and D. Kleppner, Physics Today **42**, 24 (1989)
- [3] K. Vahala et al., Nature **424**, 839 (2003)
- [4] J. Gerard et al., Phys. Lett. **69**, 449 (1996)
- [5] D. W. Vernooy et al., Opt. Lett. **23**, 247 (1998)
- [6] A. Boca et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 233603 (2004)
- [7] S. Yoshino et al., Phys. Rev. Lett. **115**, 157402 (2015)
- [8] T. Yokoyama et al., J. Phys. Conf. Series **1220**, 012049 (2019)
- [9] S. Yoshino et al., Phys. Rev. B **88**, 205311 (2013)
- [10] T. Petrosky et al., Physica A **173**, 175 (1991)
- [11] T. Fukuta et al., Phys. Rev. A **96**, 52511 (2017)