高次ブロッホ球上の電子スピン渦

佐藤 壮太^A、 松元 俊基^B、中野 裕一郎^A、揖場 聡^C、宮本 克彦^A、尾松 孝茂^A、森田 健^A 千葉大学院融合理工学府^A、千葉大学工学部^B、産総研新原理コンピューティング研究センター^C

Electron spin vortex represented in a higher-order Bloch sphere

Sota Sato ^A, Toshiki Matsumoto ^B, Yuuichiro Nakano ^A, Satoshi Iba ^C Katsuhiko Miyamoto ^A, Takashige Omatsu ^A and Ken Morita ^A ^A Graduate School of Science and Engineering, Chiba University ^B Department of Electrical and Electronic Engineering, Chiba University ^C Research Center for Emerging Computing Technologies, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology

Mutual quantum state conversion between photon and electron qubits based on spin angular momentum in a quantum two-level system will potentially act as an important role in future quantum information processing technology. We propose a new-class electron spin state, here referred as an electron spin vortex represented in a higher-order Bloch sphere, imprinted by a photon state mapped on a higher-order Poincaré sphere. The electron spin vortex with the spin orientation associated with the azimuth angle in GaAs/AlGaAs multiple quantum wells is obtained by the irradiation of higher-order photons, and it is quantitatively visualized by estimating the expected value of the spin state in the proposed higher-order Bloch sphere.

1 序論

量子二準位系を持つ光子と電子スピンは スピン角運動量を持ち、量子情報処理技術 における量子ビットとしての応用が検討さ れている。なかでも通信に強い光子量子ビ ット[1]と演算に強い電子スピン量子ビット [2]の量子状態変換(転写)は、将来の量子 中継技術の中核を担う基盤技術となる。

光子の偏光状態(右円、左円偏光の重ね 合わせ状態)から半導体中の電子スピンの 向き(アップ、ダウンスピンの重ね合わせ 状態)として状態転写ができることは既に 実証されている[3]。これは光子の偏光状態 を表すポアンカレ球と電子スピンの状態を 表すブロッホ球との間には1対1の対応関 係があり、スピン角運動量を介して状態変 換できることを意味する(図1)。

上記の光子-電子スピン量子状態変換は、 低次のガウス光子と電子スピンに関する状 態変換である。ガウス光子は、偏光に由来 するスピン角運動量を持つが、光渦[4]や軸 対称偏光ビームなどのらせん状の位相分布 を持つ高次光子[5]は、スピン角運動量に加 えて位相に由来する軌道角運動量を持つ。 軌道角運動量はスピン角運動量を持つ。 軌道角運動量はスピン角運動量と異なり [-∞∞]の整数値をとるため無限に状態が 存在する。したがって、高次光子はガウス 光子に比べて多くの情報を有する。また高 次光子はガウス光子と同様に量子二準位系



図1:ポアンカレ球とブロッホ球の対応関係。ポアンカレ球面上のすべての点はブロッホ球上の点と 1対1で対応している。(θ_P , ϕ_P)、(θ_B , ϕ_B)はそれぞれ極座標系における偏角を表す。 を持つため、その状態はポアンカレ球を拡 張した高次ポアンカレ球によって表現でき る[6-8]。軌道角運動量を持つため、その偏 光状態は光子の進行方向をz軸とした円筒 座標系の方位角に依存する。方位角に偏光 が異なる高次光子を電子スピン系に状態転 写できれば、軌道角運動量とスピン角運動 量を兼ね備えた情報量が多い新しいスピン 量子状態が形成できる。

本論文では、半導体に高次ポアンカレ球 上の偏光を持つ高次光子を照射することで 生成される「電子スピン渦」を提案する。 生成される電子スピン渦の状態は、ブロッ ホ球を拡張した「高次ブロッホ球」で表現 でき、高次ポアンカレ球と1対1の関係が ある。さらに高次ブロッホ球上の状態の期 待値を計算することで、電子スピン 渦の大きな特徴は方位角に依存したスピン の向きを持つことであり、これは高次光子 が方位角に依存し異なる偏光状態を持つこ とと対応する。

また電子スピン渦を原理実証する前段階 の実験として、高次光子をGaAs/AlGaAs多 重量子井戸に照射し、スピン励起を観測し た。今回の実験では V型3準位系[3]を持つ 構造を用いているわけではないため重ね合 わせ状態の完全転写を観測できない。つま りスピンの面直成分は転写できるが、面内 成分はできない。したがって今回の実験で は、スピンの面直成分のみを観測し、それ が方位角に依存していることを確認した。 2 理論

ポアンカレ球上の光子状態とブロッホ球 上のスピン状態はどちらも、次のように表 現できる。

$$|\psi^{\xi}\rangle = \cos\frac{\theta_{\xi}}{2}|N^{\xi}\rangle + e^{i\phi_{\xi}}\sin\frac{\theta_{\xi}}{2}|S^{\xi}\rangle \qquad (1)$$

ここで、 $\xi = P, B$ でポアンカレ球 (P)とブロ ッホ球 (B)を表し、 $\{|N^{\xi}\rangle, |S^{\xi}\rangle\} = \{|R\rangle, |L\rangle\}, \{|\uparrow$),|↓)}は正規直交基底をなす右円, 左円偏光、 アップ, ダウンスピン状態を示す。ただし、 $|R\rangle = (1 i)^t, |L\rangle = (1 - i)^t お よ び 、 |\uparrow\rangle =$ $(1 0)^t, |\downarrow\rangle = (0 1)^t である。式(1)のように$ 表現した際の、ポアンカレ球上での座標はストークスパラメータとして以下のように表現できる。

 $S_0 = |\langle N^P | \psi^P \rangle|^2 + |\langle S^P | \psi^P \rangle|^2 = 1$ (2)

$$S_{1} = 2\operatorname{Re}(\langle N^{P} | \psi^{P} \rangle^{*} \langle S^{P} | \psi^{P} \rangle)$$

= sin $\theta_{P} \cos \phi_{P}$ (3)

$$S_2 = 2 \operatorname{Im}(\langle N^P | \psi^P \rangle^* \langle S^P | \psi^P \rangle)$$

= $\sin \theta_P \sin \phi_P$ (4)

 $S_3 = |\langle N^P | \psi^P \rangle|^2 - |\langle S^P | \psi^P \rangle|^2 = \cos \theta_P \qquad (5)$

またブロッホ球上での座標はそれぞれの 期待値を計算することで求めることができ るので次のようになる。

$$\langle S_I \rangle = \langle \psi^B | \sigma_I | \psi^B \rangle = 1 \tag{6}$$

(9)

 $\langle S_{\chi} \rangle = \langle \psi^B | \sigma_{\chi} | \psi^B \rangle = \sin \theta_B \cos \phi_B \tag{7}$

 $\langle S_{y} \rangle = \langle \psi^{B} | \sigma_{y} | \psi^{B} \rangle = \sin \theta_{B} \sin \phi_{B}$ (8)

$$\langle S_z \rangle = \langle \psi^B | \sigma_z | \psi^B \rangle = \cos \theta_B$$

ただし、 σ_i (*i* = *l*,*x*,*y*,*z*)はパウリのスピン 行列である。このようにポアンカレ球とブ ロッホ球は類似の性質を持つことがわかる。

ポアンカレ球を拡張した高次ポアンカレ 球 (*HP*)の状態は、一般に次のように表 現できる [8]。

$$\begin{split} |\psi^{\xi}\rangle &= \cos\frac{\theta_{\xi'}}{2} |N_{\ell,m}^{\xi'}\rangle + e^{i\phi_{\xi'}} \sin\frac{\theta_{\xi'}}{2} |S_{\ell,m}^{\xi'}\rangle \quad (10) \\ & \text{このとき } \xi' = HP \ \text{で高次ポアンカレ球を} \\ & \text{表現し、} \ell,m は方位角位相因子\exp(i\ell\phi) \,. \end{split}$$



図 2: $(\theta_{\xi}, \phi_{\xi}) = (\pi/2, 0)$ のときの高次ポアンカレ球と高次ブロッホ球。 $(\ell, m) = (-1, 1)$ のときの (a)光子の偏光状態、(b)スピンの分布を表している。

 $\exp(im\phi)$ に関係する軌道角運動量を指す。 北極および南極の状態 $\{|N_{\ell,m}^{\xi_{\prime}}\rangle, |S_{\ell,m}^{\xi_{\prime}}\rangle\}$ を

$$|N_{\ell,m}^{\xi'}\rangle = \cos\frac{\theta_{\xi}}{2}|\chi_{\ell}^{+}\rangle + \sin\frac{\theta_{\xi}}{2}|\chi_{m}^{-}\rangle \qquad (11)$$

$$|S_{\ell,m}^{\xi'}\rangle = e^{-i\phi_{\xi}} \left(\sin\frac{\theta_{\xi}}{2} |\chi_{\ell}^{+}\rangle - \cos\frac{\theta_{\xi}}{2} |\chi_{m}^{-}\rangle \right)$$
(12)
と置くことで、ポアンカレ球($\ell = 0, m = 0$)
に対応させることができる。ただし、

 $|\chi_{\ell}^+\rangle$

$$= \exp(i\ell\phi) \left(\cos\frac{\theta_{\xi}}{2}|R\rangle + e^{i\phi_{\xi}}\sin\frac{\theta_{\xi}}{2}|L\rangle\right) \quad (13)$$
$$|\chi_{m}^{-}\rangle$$

$$= \exp(im\phi) \left(-\sin\frac{\theta_{\xi}}{2} |R\rangle + e^{i\phi_{\xi}} \cos\frac{\theta_{\xi}}{2} |L\rangle \right) \quad (14)$$

とし、 ϕ は円筒座標系での方位角を表す。 (13), (14)式では、ポアンカレ球上で任意に 選んだ直交する 2 状態に対して方位角位相 因子 $\exp(i\ell\phi)$ 、 $\exp(im\phi)$ をかけている。この とき高次ポアンカレ球でもストークスパラ メータを計算することができ、式(2)~(5) の関係がある。 $(\theta_P, \phi_P) = (\pi/2, 0)$ 、 $(\ell, m) =$ (-1,1)のときの高次光子の偏光状態を図 2(a)に示す。

式(1)でポアンカレ球の基底{ $|R\rangle$, $|L\rangle$ }と、 ブロッホ球の基底{ $|\uparrow\rangle$, $|\downarrow\rangle$ }の対応関係から、 高次ポアンカレ球の式(10)~(14)の基底 { $|R\rangle$, $|L\rangle$ }と{ $|\uparrow\rangle$, $|\downarrow\rangle$ }に置き換えることで高次 ブロッホ球($\xi' = HB$)を表すことができる。 そのスピン状態は式(6)~(9)までと同様に、 期待値を計算することで求めることができ る。一般的な場合の期待値を計算すると、 計算結果が煩雑になるためここでは特定の 状態についての例を挙げる。例えば、高次 ブロッホ球で(θ_B, ϕ_B) = ($\pi/2, 0$)とした場合、 期待値のx, y, z成分はそれぞれ次のように 計算できる。

 $\langle S_0 \rangle = \langle \psi^{HB} | \sigma_I | \psi^{HB} \rangle = 1 \tag{15}$

$$\langle S_{\chi} \rangle = \langle \psi^{HB} | \sigma_{\chi} | \psi^{HB} \rangle = \sin \theta_{HB} \cos \varphi_{HB}$$
(16)

$$\langle S_{y} \rangle = \langle \psi^{HB} | \sigma_{y} | \psi^{HB} \rangle$$

$$= \cos \left[(m-l)\phi \right] \sin \theta_{HB} \sin \varphi_{HB}$$

$$-\sin \left[(m-l)\phi \right] \cos \theta_{HB}$$

$$\langle S_{z} \rangle = \langle \psi^{HB} | \sigma_{z} | \psi^{HB} \rangle$$

$$= \sin \left[(m-l)\phi \right] \sin \theta - \sin \phi$$

$$(17)$$

$$\pm \cos\left[(m-l)\phi\right]\sin\phi_{HB}\sin\phi_{HB}$$

+ cos $[(m - l)\phi] \cos \theta_{HB}$ (18) このように期待値を計算することで、方位 角 ϕ に依存したスピンの向きを可視化した 電子スピン渦の状態を求めることができる。 図 2(a)に対応する $(\theta_B, \phi_B) = (\pi/2, 0)$ の電子 スピン渦のスピン状態を図 2(b)に示す。図 からわかるように方位角に依存してスピン の向きが変化し、方位角に依存した光子の 偏光と対応していることがわかる。

3 実験方法

実験では図 2(a)に示す高次光子を GaAs/AlGaAs 多重量子井戸に照射し、方位 角に依存したスピンの空間分布を時空間分 解Kerr回転法によって観測した。光学測定 系の概略図を図 3(a)に示す。まずフェムト 秒パルスレーザから出た光を、スピンを励 起するポンプ光と検出するプローブ光に分 け、ポンプ光の光路には時間分解のための ディレイステージおよび空間分解のための 制御ミラー置くことで時空間ダイナミクス を計測した。1/4 波長板、q-plate、1/2 波長



図3:時空間分解 Kerr 回転法によるスピン観測光学系。(a) 光学系の概略図 (b) Pump pulse の偏光状態

板を組み合わせることで、高次ポアンカレ 球上の偏光状態を生成し、GaAs/AlGaAs 量 子井戸に照射することでスピン励起を行っ た。例えば、縦直線偏光を q-plate に導入し、 その後 1/4 波長板を通すと図 3(b)に示す $(\ell,m) = (-1,1) 、 (\theta_P, \phi_P) = (\pi/2, 0)$ で選ぶ極を 基にした(式(11)~(14)参照)、高次ポアンカ レ球の $(\theta_{HP}, \phi_{HP}) = (0, 0)$ の状態を作ることが できる。

4 実験結果

 $(\ell,m) = (-1,1), (\theta_P, \phi_P) = (0,0)$ で選ぶ極を 基にした高次ポアンカレ球の $(\theta_{HP}, \phi_{HP}) =$ $(0,0), (\pi,0)$ の状態を用いて電子スピンを励 起した場合を図 4(a)に示す。このときアッ プまたはダウンスピンが円環上に励起でき ており、 $(\theta_B, \phi_B) = (0,0)$ の高次ブロッホ球上 $O(\theta_{HB}, \phi_{HB}) = (0,0), (\pi,0)$ 状態を励起できる ことを確認した。

次に、(ℓ ,m) = (-1,1) とした(θ_P , ϕ_P) = (π / 2,0)の高次ポアンカレ球の(θ_{HP} , ϕ_{HP}) = (π / 2, π /2)、(0,0)、(π /2, 3π /2)状態を用いて電子 スピンを励起した場合を図 4(b)に示す。図 2(b)の計算通り、面直方向の成分であるア ップスピンとダウンスピンが方位角に依存



図4:(a)円偏光光渦を使ったスピン励起、(b) 高次ポアンカレ球の状態を使ったスピン励 起。方位角に依存してアップスピンとダウン スピンが交互に分布していることがわかる。

して円環上に配置していることを確認した。 今回の実験では、高次光子を半導体に照 射することで面直成分の空間スピン制御が 可能であることを示した。

5まとめ

今回高次ポアンカレ球の偏光状態を高次 ブロッホ球に転写したときの電子スピンの 分布について計算した。この高次ブロッホ 球の存在は、今後別の拡張されたポアンカ レ球が提案された場合、それに対応するブ ロッホ球が必ず存在することを示唆するも のである。

さらに実験によって高次ポアンカレ球の 偏光状態を用いて方位角に依存したスピン 分布の観測を行い、計算によって求めたス ピンのz成分の分布と一致していることを 確認した。したがって高次光子の偏光状態 を用いて空間的にスピン分布の制御が可能 である。

1 序論でも述べたように、本実験は高次 光子から電子スピンへの完全な状態の転写 を示したものでない。今後、V型3準位系 の半導体に光励起した電子スピンに磁場を かけ、電子スピン渦のLarmor歳差運動を観 測する。方位角に依存して歳差運動するス ピンを観測し、高次光子からの完全転写を 実証する。

6参考文献

- [1] N. Gisin, et al., Nat. Photonics 1, 165(2007)
- [2] D. Loss, et al., Phys. Rev. A 57, 120(1998)
- [3] H. Kosaka, et al., Phys. Rev. Lett. 100, 096602 (2008)
- [4] L. Allen, et al., Phys. Rev. A 45, 8081 (1992)
- [5] G. Millione, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 053601 (2011)
- [6] X. N. Yi, et al., Phys. Rev. A 91, 023801 (2015)
- [7] Z. C. Ren, et al., Optics Express 23, 026586(2015).
- [8] R. C. Devlin, et al., Science 358, 896-901(2017)